

Zentrale Aufnahmeprüfung 2020 für die Kurzgymnasien des Kantons Zürich

Mathematik

Lösungen

Punkteverteilung:

Nr.:	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4	5a	5b	5c	6a	6b	6c	7	8a	8b	9	10a	10b	11a	11b	Total
Alg:	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2						1	1	26
Gm:															3	2	3	2	2			12
P _{max} :	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	3	2	3	2	2	1	1	38

Insgesamt: 38 Punkte

Aufgabe 1a

$x = 2$

2 P.*Lösungsweg:*

$$29 + (8 - 17x) = 7 - 4(5 - 2x)$$

$$29 + 8 - 17x = 7 - 20 + 8x$$

$$37 - 17x = 8x - 13$$

$$25x = 50$$

$$x = 2$$

Aufgabe 1b

$x = 23$

2 P.*Lösungsweg:*

$$x - \frac{x+7}{15} = \frac{3}{2} - \frac{3(4-3x)}{10} \quad | \cdot 30$$

$$30x - 2(x+7) = 45 - 9(4-3x)$$

$$30x - 2x - 14 = 45 - 36 + 27x$$

$$28x - 14 = 9 + 27x$$

$$x = 23$$

Aufgabe 2a

$\frac{5}{3a}$

2 P.*Lösungsweg:*

$$-\frac{2c}{b} \cdot \frac{c^2}{b} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{2c}{b} \cdot \frac{b}{c^2} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{2}{c} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{6a}{3ac} + \frac{6a+5c}{3ac} = \frac{5c}{3ac} = \frac{5}{3a}$$

oder

$$-\frac{2c}{b} \cdot \frac{c^2}{b} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{2bc}{bc^2} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{6abc}{3abc^2} + \frac{6abc+5bc^2}{3abc^2} = \frac{5bc^2}{3abc^2} = \frac{5}{3a}$$

Aufgabe 2b

$$\frac{31x}{10} = 3.1x$$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\frac{(4x)^2}{\sqrt{64x^2 + 36x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{\sqrt{100x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{10x} + \frac{3x}{2} = \frac{8x}{5} + \frac{3x}{2} = \frac{16x}{10} + \frac{15x}{10} = \frac{31x}{10} = 3.1x$$

oder

$$\frac{(4x)^2}{\sqrt{64x^2 + 36x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{\sqrt{100x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{10x} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{10x} + \frac{15x^2}{10x} = \frac{31x^2}{10x} = \frac{31x}{10} = 3.1x$$

Aufgabe 3a

Q: 16 – 7a

2 P.*Lösung:*

$$\begin{aligned} 12 - 8a + 2 \cdot (2a - 5) + 2 \cdot (3a + 7) + 3 \cdot (-3a) \\ = 12 - 8a + 4a - 10 + 6a + 14 - 9a \\ = 16 - 7a \end{aligned}$$

Aufgabe 3b

33 + 7a

2 P.*Lösungsweg:*

$$\begin{aligned} 2 - 4a - 2 \cdot (2a - 5) + 3 \cdot (3a + 7) - 2 \cdot (-3a) \\ = 2 - 4a - 4a + 10 + 9a + 21 + 6a \\ = 33 + 7a \end{aligned}$$

*oder**x* : Term in der Ecke S

$$\begin{aligned} x + 2 \cdot (2a - 5) - 3 \cdot (3a + 7) + 2 \cdot (-3a) &= 2 - 4a \\ x + 4a - 10 - 9a - 21 - 6a &= 2 - 4a \\ x - 11a - 31 &= 2 - 4a \\ x &= 33 + 7a \end{aligned}$$

Aufgabe 4**2700****2 P.***Lösungsweg:*

$$\frac{5}{8} \cdot 48\% = 30\%$$

$$\frac{3}{4} \cdot 52\% = 39\%$$

30% + 39% = 69% aller Einwohnerinnen und Einwohner besitzen ein Smartphone

100% – 69% = 31% aller Einwohnerinnen und Einwohner besitzen kein Smartphone

$$31\% \hat{=} 837$$

100% $\hat{=} 2700$ \Rightarrow In Applingen wohnen 2700 Personen.

oder

x: Anzahl Einwohnerinnen und Einwohner in Applingen

$$\frac{3}{8} \cdot 0.48 \cdot x + \frac{1}{4} \cdot 0.52 \cdot x = 837$$

$$0.18x + 0.13x = 837$$

$$0.31x = 837$$

x = 2700 \Rightarrow In Applingen wohnen 2700 Personen.

oder

$$\frac{3}{8} \cdot 0.48 + \frac{1}{4} \cdot 0.52 \hat{=} 837$$

$$0.18 + 0.13 \hat{=} 837$$

$$0.31 \hat{=} 837$$

100% $\hat{=} 2700$ \Rightarrow In Applingen wohnen 2700 Personen.

Aufgabe 5a

$$7x + 12 \cdot (268 - x) = 2606$$

1 P.*Mögliche Lösung:*

x: Anzahl der heute verkauften Kindertickets

$$7x + 12 \cdot (268 - x) = 2606$$

Aufgabe 5b

$$2 \cdot (x - 27) = x + 86 + 27$$

1 P.*Mögliche Lösung:*

x: Emmas Geld in CHF

$$2 \cdot (x - 27) = x + 86 + 27$$

Aufgabe 5c

$$3x - 10 = 7 \cdot (x - 10)$$

1 P.*Mögliche Lösung:*

x: Alter der Tochter heute

$$3x - 10 = 7 \cdot (x - 10)$$

Aufgabe 6a

$$P(\text{Geschenk}) = \frac{1}{6}$$

2 P.*Lösungsweg:*

		2. Glücksrad		
		weiss	weiss	grau
1. Glücksrad	weiss	X	X	
	grau			
	grau			
	grau			

$$P(\text{Geschenk}) = p(\text{ww}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

oder

$$P(\text{Geschenk}) = p(\text{ww}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

Aufgabe 6b**3752****1 P.***Lösungsweg:*

$$\frac{5}{6} \triangleq 3124$$

$$\frac{6}{6} \triangleq \frac{3124 \cdot 6}{5} = 3748.8$$

oder

Lösen durch Probieren

$$\frac{5}{6} \cdot 3752 \approx 3126$$

Ungefähr 3752 Personen haben das Glücksrad gedreht.

Aufgabe 6c $\frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$ **oder** **144°** **2 P.**

Lösungsweg:

		2. Glücksrad				
		weiss	weiss	grau	grau	grau
1. Glücksrad	weiss	X	X			
	grau					
	grau					
	grau					

$$P(\text{Geschenk}) = p(\text{ww}) = \frac{1}{10} = \frac{2}{20}$$

d. h. auf 2 von 20 Feldern erhält man einen Gewinn (= Geschenk)

⇒ Der Anteil des weissen Feldes mit dem Paket ist $\frac{2}{5} = 40\%$ des Kreises.

oder

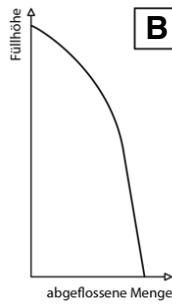
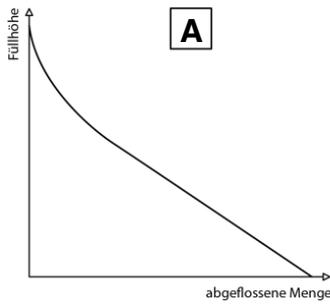
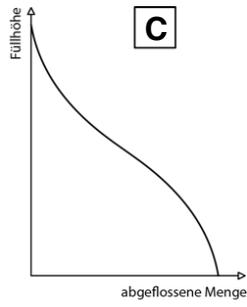
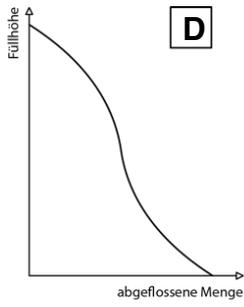
⇒ Das weisse Feld mit dem Paket hat einen Zentriwinkel von 144°.

oder

x: Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil beim 2. Glücksrad auf das weisse Feld zeigt

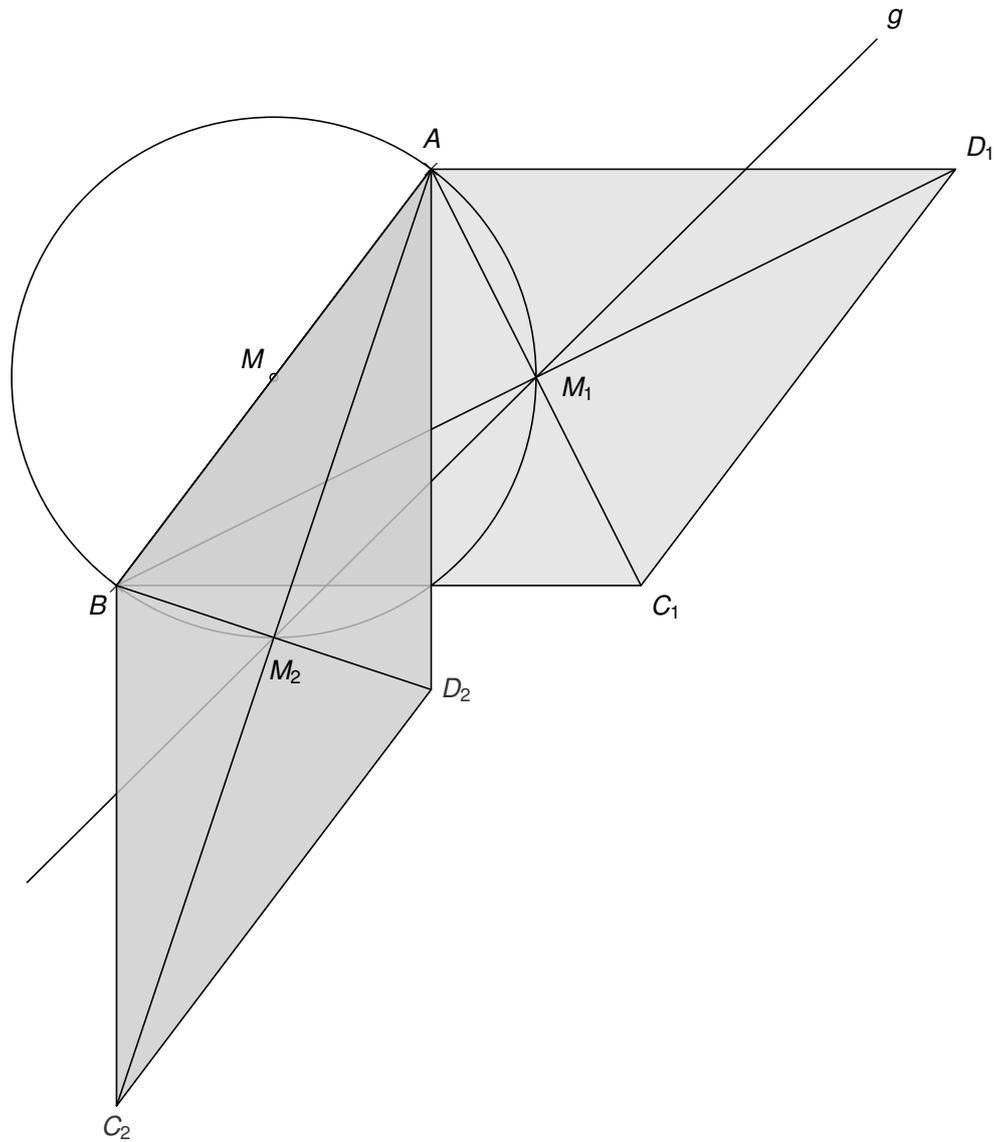
$$\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{10}$$

$$x = 4 \cdot \frac{1}{10} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

Aufgabe 7**s. Abbildung unten****2 P.***Lösung:*

Aufgabe 8a**3 P.**

Lösung:



Aufgabe 8b

$$\overline{AC} = 40 \text{ cm}, \overline{BD} = 30 \text{ cm}$$

2 P.*Lösungsweg (Teilaufgabe b1):*

$$\overline{BF_2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \overline{CF_2} + \overline{AF_2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40 \text{ cm}$$

Lösungsweg (Teilaufgabe b2):

$$A_{ABCD} = 25 \cdot 24 = 600$$

$$\overline{BD} = \frac{2 \cdot A_{ABCD}}{\overline{AC}} = \frac{2 \cdot 600}{40} = 30 \text{ cm}$$

oder

$$\overline{BD} = 2 \cdot \overline{BM} = 2 \cdot \sqrt{25^2 - 20^2} = 2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}$$

oder

$$\overline{BD} = \overline{F_1B} + \overline{F_1D} = \sqrt{18^2 + 24^2} = 30 \text{ cm}$$

Aufgabe 9**6.5 cm****3 P.***Lösungsweg:*

$$\overline{AE} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$A_1 = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_3 = 2 \cdot 30 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{ABCD} = 2 \cdot 60 + 30 = 150 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} = 150 : 5 = 30 \text{ cm}$$

$$A_3 = \frac{\overline{FB} + 12.5}{2} \cdot 5 = 60$$

$$\overline{FB} + 12.5 = 24$$

$$\Rightarrow \overline{FB} = 11.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = \overline{AB} - \overline{FB} - \overline{AE} = 30 - 11.5 - 12 = 6.5 \text{ cm}$$

oder

$$\overline{AE} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$A_1 = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_2 = A_3 = 2 \cdot 30 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{ABCD} = 2 \cdot 60 + 30 = 150 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} = 150 : 5 = 30 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{DG} = 30 - 12.5 = 17.5 \text{ cm}$$

$$A_2 = \frac{\overline{EF} + 17.5}{2} \cdot 5 = 60$$

$$\overline{EF} + 17.5 = 24$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = 6.5 \text{ cm}$$

Aufgabe 10a**4868 m****2 P.***Lösung:*

$$d = \sqrt{3657^2 + 3179^2 + 462^2} \approx 4867.559 \text{ m} \approx 4868 \text{ m}$$

Aufgabe 10b**702 m****2 P.***Lösung:*

$$\sqrt{4058^2 + 760^2} \approx 4128.555$$

$$\sqrt{4139^2 - 4128.6^2} \approx 293.866$$

$$408 + 293.866 \approx 701.866 \approx 702 \text{ m}$$

oder

$$\sqrt{4058^2 + 760^2 + x^2} = 4139$$

$$17'044'964 + x^2 = 17'131'321$$

$$x^2 = 86'357$$

$$x \approx 293.866$$

$$408 + 293.866 \approx 701.866 \approx 702 \text{ m}$$

oder

$$4139^2 - 4058^2 - 760^2 = 86357$$

$$\sqrt{86357} \approx 293.866$$

$$408 + 293.866 \approx 701.866 \approx 702 \text{ m}$$

Aufgabe 11a**116****1 P.***Lösung:*

	a	Anzahl graue Quadrätchen
Figur 1	3	14
Figur 2	4	20
Figur 3	5	26
Figur 4	6	32
...
Figur 18	20	$14 + 17 \cdot 6 = 116$

oder

$$2 \cdot a + 2 \cdot 2a - 4 = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 40 - 4 = 116$$

Aufgabe 11b

$$6 \cdot (a - 1) + 2 = 6a - 4$$

1 P.*Lösung:*

$$6 \cdot (a - 1) + 2 = 6a - 4 \quad \text{oder} \quad 4a + 2 \cdot (a - 2) \quad \text{oder} \quad a \cdot 2a - (a - 2) \cdot (2a - 2) \quad \text{oder} \\ 2a + 2 \cdot (2a - 2) \quad \text{oder} \quad 2a + 2 \cdot 2a - 4$$